

1. Выполните действия: $\frac{(1\frac{11}{24} + \frac{13}{36}) \cdot 1.44 - \frac{8}{15} \cdot 0.5625 - \frac{1}{50}}{(6\frac{7}{12} - 3\frac{17}{36}) \cdot 2.5 - 4\frac{1}{3} : 0.65}$
2. Вычислите наиболее рациональным способом: $0,507^3 + 0,493^3 - 0,507 \cdot 0,493$.
3. Вычислите $\sqrt{11-6\sqrt{2}} + \sqrt{33-20\sqrt{2}} + \sqrt{19-6\sqrt{2}}$.
4. Упростите выражение $\left(\frac{5c^2-c}{25c^2-10c+1} + \frac{4}{1-25c^2}\right) : \left(1 - \frac{3}{5c-1}\right) - \frac{c}{5c+1}$.
5. Упростите выражение $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-2} - \frac{a}{\sqrt{a^3+8}} \cdot \frac{a-2\sqrt{a}+4}{\sqrt{a}-2}\right) : \frac{8}{a-4\sqrt{a}+4} - \frac{a+\sqrt{a}+6}{4\sqrt{a}+8}$.
6. Решите уравнение $\frac{2x+1}{x^2+3x-4} + \frac{1}{x^2-3x+2} = \frac{1}{x-2}$.
7. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{1-x} \geq -2 \\ \frac{(x^2-6x+9)(2x+1)}{(2x-1)^2} \geq 0 \end{cases}$$
8. Сумма трех чисел, образующих геометрическую прогрессию, равна 7, а сумма их квадратов равна 91. Найдите эти числа.
9. Не решая квадратного уравнения $3x^2 - x - 11 = 0$, найдите $x_1^2 + x_2^2$.
10. Основание равнобедренного треугольника равно 8 м. Вписанная окружность касается его боковых сторон в точках В и С, расстояние между которыми составляет 6 м. Найдите периметр треугольника, его площадь и радиус данной окружности.
11. В треугольнике ABC известны угол $\angle A = 60^\circ$ и стороны $AB = 3$ и $AC = 6$. Найдите косинус угла при вершине С.
12. Прямая касается двух окружностей с центрами O и P в точках A и B соответственно. Через точку C , в которой эти окружности касаются друг друга, проведена их общая касательная, пересекающая прямую AB в точке M . Найдите PM , если $AB = 8$ и $\angle COM = \alpha$.
13. Найдите расстояние от точки, лежащей на окружности, до прямой, содержащей некоторую ее хорду, если расстояния от концов хорды до проведенной через вышеупомянутую точку касательной равны 9 и 16.

14. Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми равно 70 км, выехал велосипедист, а через некоторое время – мотоциклист, двигавшийся со скоростью 50 км/ч. Мотоциклист догнал велосипедиста на расстоянии 20 км от пункта A . Прибыв в пункт B , мотоциклист через 48 мин выехал обратно в пункт A и встретился с велосипедистом спустя 2 ч 40 мин после выезда велосипедиста из пункта A . Найдите скорость велосипедиста.
15. Мастер и ученик, работая вместе, заканчивают задание на час раньше, чем мастер, работая один, но на полчаса позже, чем мастер и два ученика. За какое время выполняют данное задание два мастера и ученик? (Производительности труда каждого из них не меняются).
16. Если двузначное натуральное число разделить на число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке, то в частном получится 4 и в остатке 3. Если же к числу приписать слева 1, то получится трехзначное число, в 19 раз большее суммы своих цифр. Найти двузначное число.
17. Сплав олова с медью массой 12 кг содержит 45% меди. Сколько чистого олова надо добавить, чтобы получить сплав, содержащий 40% меди?
18. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^2 + 3y^2 = 4 \\ x^2 - 5xy = 6 \end{cases}.$$
19. Решите уравнение $3x^2 - 2x + 2 = \frac{2}{3x^2 - 2x + 1}$
20. При каких значениях a неравенство $x^2 + (2a+4)x - a \geq 0$ выполняется для всех действительных значений x ?

Ответы: 1) 2.07; 2) 0,000196; 3) 7; 4) $\frac{1}{5c+1}$; 5) $-3/4$;
 6) 3; 7) $\left\{-\frac{1}{2}\right\} \cup \left(0; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; 1\right) \cup [2; +\infty)$; 8) 1; -3; 9) $\frac{67}{9}$;
 10) 40 м, $16\sqrt{15}$ м², $0,8\sqrt{15}$ м; 11) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 12) $\frac{4}{\cos \alpha}$; 13) 12;
 14) 25 км/ч; 15) 1 ч 12 мин; 16) 71; 17) 1.5 кг;
 18) $(1; -1), (-1; 1), \left(\frac{3\sqrt{21}}{7}; -\frac{\sqrt{21}}{21}\right), \left(-\frac{3\sqrt{21}}{7}; \frac{\sqrt{21}}{21}\right)$; 19) $0; \frac{2}{3}$; 20) $[-4; -1]$.